

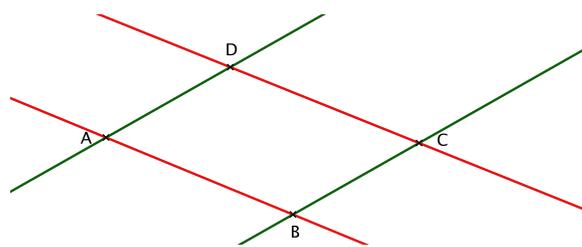
Chapitre 02 : Quadrilatères particuliers

I] Le parallélogramme (Rappels)

◆ Définition et propriétés

Définition

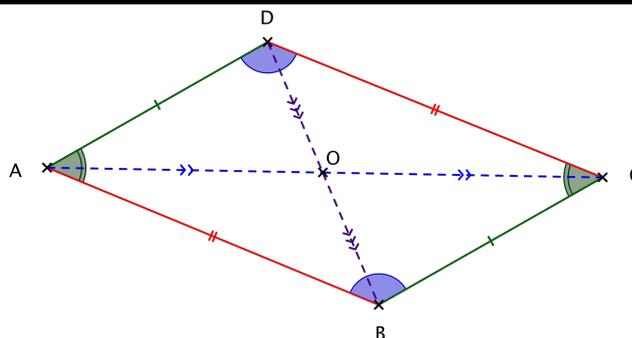
Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles.



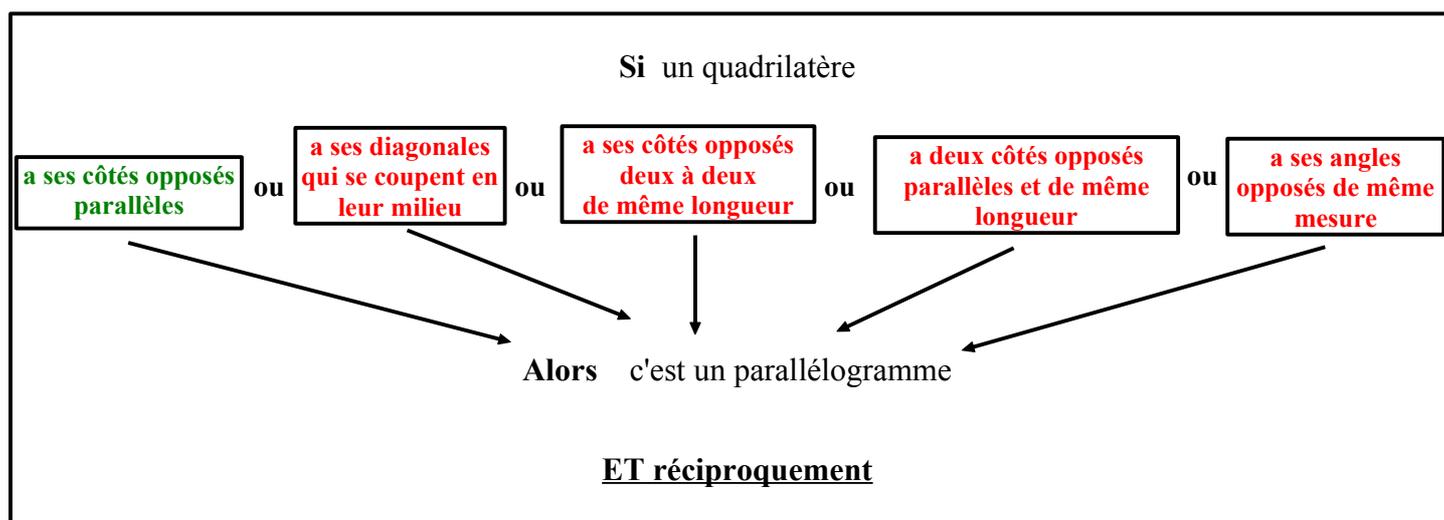
Propriétés

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors

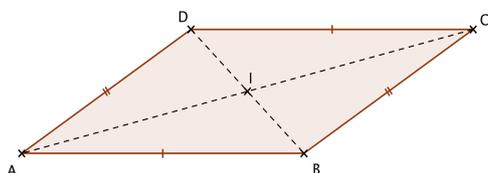
- (1) ses diagonales se coupent en leur milieu
- (2) ses côtés opposés sont parallèles
- (3) ses angles opposés ont la même mesure



◆ Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme



Exemple : Justifier que le quadrilatère ABCD ci-dessous est un parallélogramme :



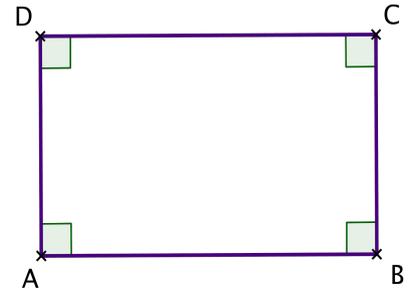
- **On sait que** : dans le quadrilatère ABCD, $AB=CD$ et $AD = BC$.
- **Or** : si dans un quadrilatère, les côtés opposés sont de même longueur, alors **c'est un parallélogramme**.
- **Donc** : ABCD est un parallélogramme.

III] Le rectangle

◆ Définition et propriétés

Définition

Un rectangle est un quadrilatère qui possède 4 angles droits.



Propriétés

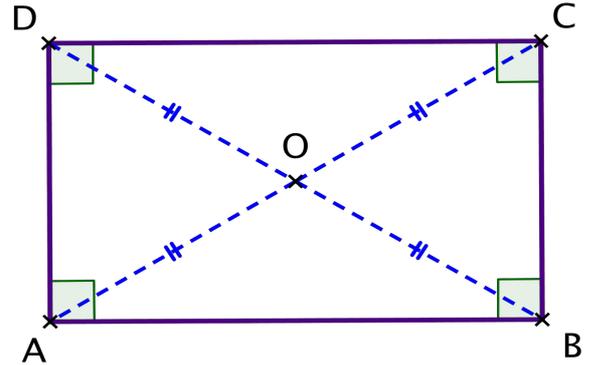
Si un quadrilatère est un rectangle, alors

(1) c'est un parallélogramme

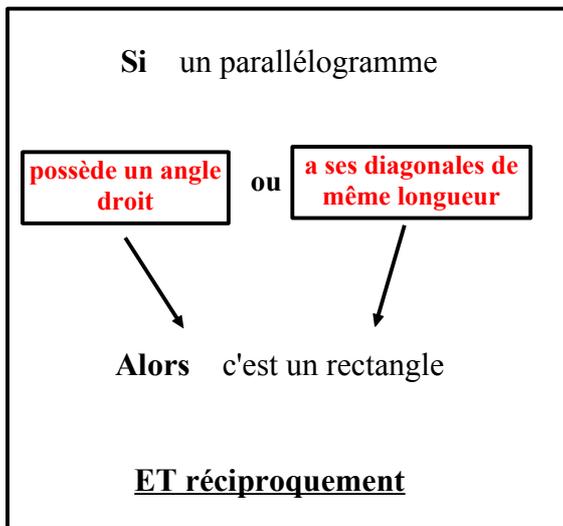
ses diagonales se coupent en leur milieu
ses côtés opposés sont parallèles
ses angles opposés ont la même mesure

(2) ses diagonales ont la même longueur

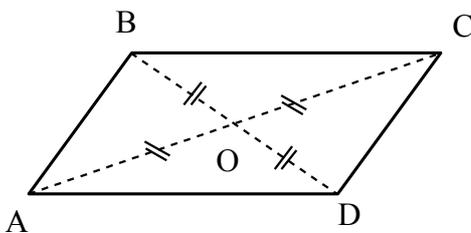
(3) il possède quatre angles droits



◆ Démontrer qu'un parallélogramme est un rectangle



Exemple : ABCD est un parallélogramme de centre O tel que $OB = OC = 3,2$ cm.
Quelle est la nature de ABCD ?



■ On sait que : - ABCD est un parallélogramme de centre O
- $OB = OC = 3,2$ cm

■ Or : si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

■ Donc : $OA = OC$ et $OB = OD$. Donc, $OB = OD = OC = OA$.
Par conséquent, $BD = AC$.

■ On sait que : - ABCD est un parallélogramme
- $BD = AC$.

■ Or : si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

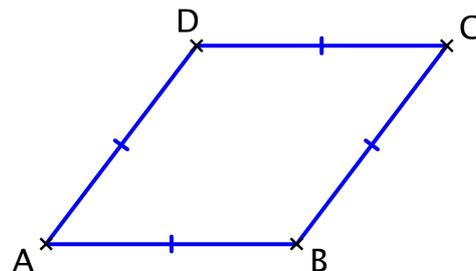
■ Donc : ABCD est un rectangle.

III] Le losange

◆ Définition et propriétés

Définition

Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de la même longueur.



Propriétés

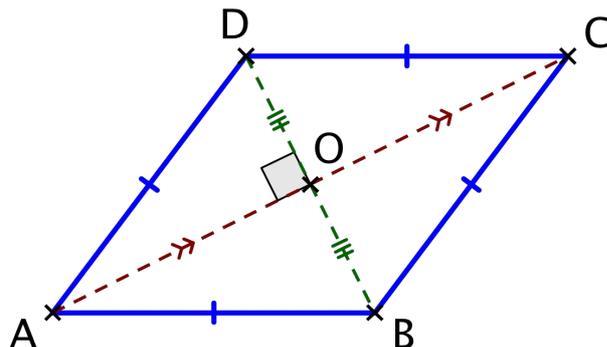
Si un quadrilatère est un losange, alors

(1) c'est un parallélogramme

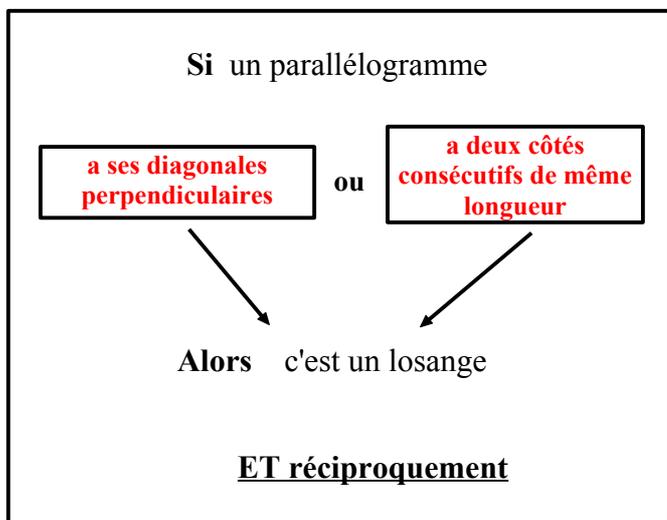
ses diagonales se coupent en leur milieu
ses côtés opposés sont parallèles
ses angles opposés ont la même mesure

(2) ses côtés ont la même longueur

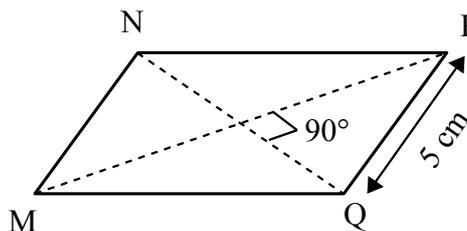
(3) ses diagonales sont perpendiculaires



◆ Démontrer qu'un parallélogramme est un losange



Exemple : A l'aide des informations données sur le schéma ci-dessous, déterminer le périmètre du parallélogramme MNPQ.



(1) Montrons que ce parallélogramme est un losange.

■ On sait que : - MNPQ est un parallélogramme
- $(MP) \perp (NQ)$

■ Or : si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

■ Donc : MNPQ est un losange.

(2) Conclusion :

■ On sait que : MNPQ est un losange et $QP = 5$ cm.

■ Or : un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

■ Donc : $MQ = MN = NP = QP = 5$ cm.

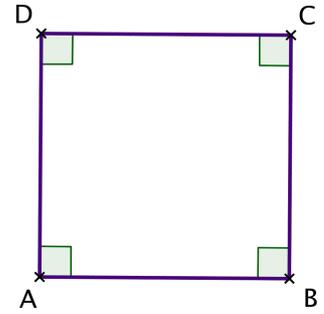
De plus, 4×5 cm = 20 cm. Donc, le périmètre de MNPQ est de 20 cm.

IV] Le carré

◆ Définition et propriétés

Définition

Un carré est un quadrilatère qui possède 4 angles droits et qui a ses 4 côtés de la même longueur.



Remarque : c'est à la fois un rectangle et un losange.

Propriétés

Si un quadrilatère est un carré, alors

(1) c'est un parallélogramme

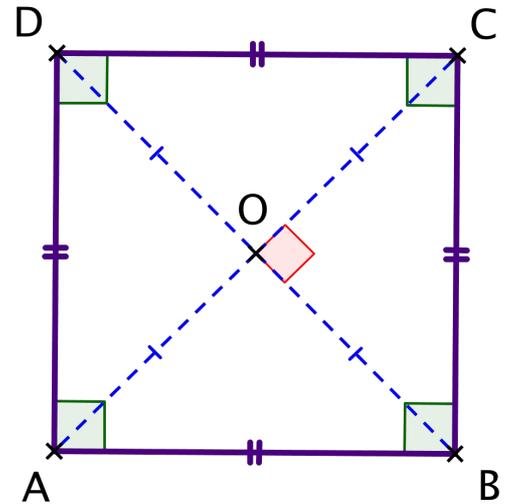
ses diagonales se coupent en leur milieu
ses côtés opposés sont parallèles
ses angles opposés ont la même mesure

(2) c'est un rectangle

ses diagonales ont la même longueur
il possède quatre angles droits

(3) c'est un losange

ses côtés ont la même longueur
ses diagonales sont perpendiculaires



◆ Démontrer qu'un rectangle ou un losange est un carré

Si un rectangle

a deux côtés consécutifs de même longueur

ou

a ses diagonales perpendiculaires

Alors c'est un carré

ET réciproquement

Si un losange

a ses diagonales de la même longueur

ou

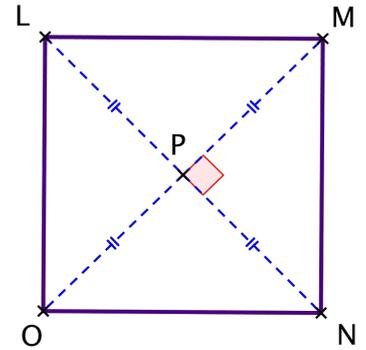
possède un angle droit

Alors c'est un carré

ET réciproquement

Exemple :

Démontrer que le quadrilatère LMNO ci-contre est un carré.



(1) Montrons que LMNO est un parallélogramme :

- **On sait que** : P est le milieu des diagonales du quadrilatère LMNO.
- **Or** : si *un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu*, alors **c'est un parallélogramme**.
- **Donc** : LMNO est un parallélogramme.

(2) Montrons que LMNO est un losange :

- **On sait que** : - LMNO est un parallélogramme
- $(MO) \perp (LN)$
- **Or** : si *un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires*, alors **c'est un losange**.
- **Donc** : LMNO est un losange.

(3) Montrons que LMNO est un carré :

- **On sait que** : - LMNO est un losange
- $LP = PN = OP = PM$. Donc, $LN = MO$
- **Or** : si *un losange a ses diagonales de même longueur*, alors **c'est un carré**.
- **Donc** : LMNO est un carré.