

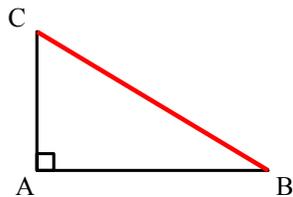
Chapitre 03 : Le théorème de Pythagore (1^{ère} partie)

I] Vocabulaire et théorème

Définitions

- (1) On dit qu'un triangle est rectangle quand l'un de ses angles est droit.
- (2) Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit.

Exemple :



ABC est rectangle en A.
[BC] est l'hypoténuse.
[AB] et [AC] sont les côtés de l'angle droit.

Théorème

Théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

Remarque : le théorème de Pythagore sert à calculer la longueur du troisième côté d'un triangle rectangle dont on connaît deux longueurs.

Exemple : On considère le triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm.
On calcule la somme des carrés des côtés de l'angle droit : $AC^2 + AB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2$.

D'après le théorème de Pythagore, comme ABC est rectangle, on doit avoir $BC^2 = AC^2 + AB^2 = 5^2$.
Donc, $BC = 5$ cm.

II] Notion de carré

♦ Calculer un nombre au carré

Définitions

- (1) Un nombre au carré est le produit de ce nombre par lui-même.
- (2) On appelle *carré parfait* le carré d'un nombre entier.

Exemples : liste des quinze premiers carrés parfaits

$$0^2 = 0 \times 0 = 0$$

$$1^2 = 1 \times 1 = 1$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$4^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$6^2 = 6 \times 6 = 36$$

$$7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$8^2 = 8 \times 8 = 64$$

$$9^2 = 9 \times 9 = 81$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$11^2 = 11 \times 11 = 121$$

$$12^2 = 12 \times 12 = 144$$

$$13^2 = 13 \times 13 = 169$$

$$14^2 = 14 \times 14 = 196$$

◆ Retrouver la valeur de départ :

- $AB^2 = 49$. Donc $AB = 7$
- $AB^2 = 144$. Donc $AB = 12$
- $AB^2 = 42$.
 $6^2 = 36$ et $7^2 = 49$, donc $6 < AB < 7$. Donc, $AB \approx 6$ (arrondi à l'unité) car 36 est plus proche de 42.

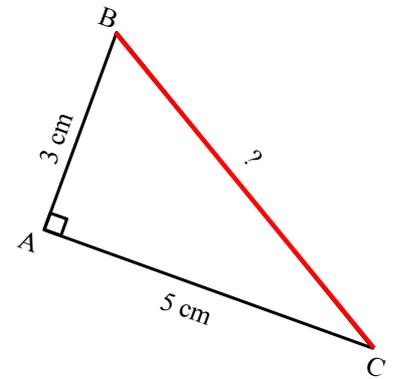
Arrondi au dixième : $6,3 \times 6,3 = 39,69 < 42$; $6,4 \times 6,4 = 40,96 < 42$; $6,5 \times 6,5 = 42,25 > 42$
 Donc, $AB \approx 6,5$ (arrondi au dixième) car 42,25 est plus proche de 42.

III] Modèles de rédaction

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

ABC est un triangle rectangle en A avec $AB = 3$ cm et $AC = 5$ cm.
 Calculer BC. (On donnera sa valeur exacte et un arrondi au dixième)

- **On sait que** : ABC est un triangle rectangle en A
 $AC = 5$ cm ; $AB = 3$ cm ; $BC = ?$ (hypoténuse)
- **Or**, d'après le théorème de Pythagore, on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- **Donc**, $BC^2 = 3^2 + 5^2$
 $BC^2 = 9 + 25$
 $BC^2 = 34$



Calcul de BC :

$$\left. \begin{array}{l} 5^2 = 25 < 34 \\ 6^2 = 36 > 34 \end{array} \right\} \text{Donc, } 5 < BC < 6 \quad \left| \quad \left. \begin{array}{l} 5,5^2 = 30,25 < 34 \\ 5,8^2 = 33,64 < 34 \\ 5,9^2 = 34,81 > 34 \end{array} \right\} \text{Donc, } 5,8 < BC < 5,9$$

Donc, $BC \approx 5,8$ cm (valeur arrondie au mm) car 33,64 est plus proche de 34 que 34,81.

Exemple 2 : Calcul d'un côté de l'angle droit

MNO est un triangle rectangle en N avec $MN = 3$ cm et $MO = 5$ cm. Calculer NO.

- **On sait que** : MNO est un triangle rectangle en N
 $MO = 5$ cm (hypoténuse) ; $NM = 3$ cm ; $NO = ?$
- **Or**, d'après le théorème de Pythagore, on a : $MO^2 = NO^2 + NM^2$
- **Donc**, $5^2 = NO^2 + 3^2$
 $25 = NO^2 + 9$
- Donc, $NO^2 = 25 - 9$
 $NO^2 = 16$
 Donc, $NO = 4$ cm.

addition à trou à résoudre
 pour trouver la valeur manquante,
 on utilise une soustraction.

