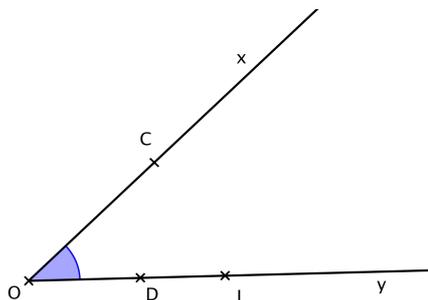


Chapitre 05 : Les triangles (2^{ème} partie)

I] Angles alternes-internes



Rappels :

On utilise trois lettres pour nommer un angle :

- la lettre du milieu désigne le sommet
- les deux autres lettres désignent les côtés

Exemple :

l'angle ci-contre peut se nommer : \widehat{COD} , \widehat{COI} , \widehat{xOy} ou \widehat{O}

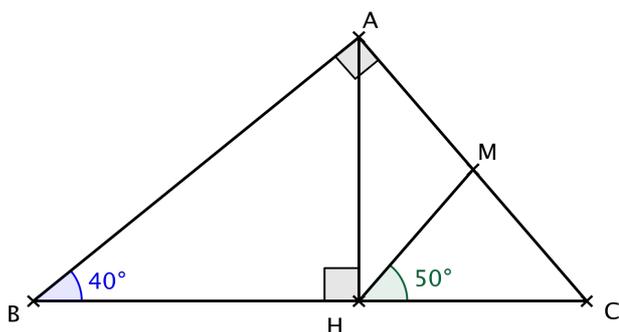
Définitions

Angles complémentaires et angles supplémentaires

(1) Deux angles sont **complémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est de 90°

(2) Deux angles sont **supplémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est de 180°

Exemples :



Angles complémentaires : \widehat{ABC} et \widehat{MHC} ;

\widehat{BAH} et \widehat{HAC} ; \widehat{AHM} et \widehat{MHC} ;

\widehat{ABC} et \widehat{ACB} .

Angles supplémentaires : \widehat{BAC} et \widehat{AHB} ;

\widehat{BHA} et \widehat{AHC} ; \widehat{AMH} et \widehat{HMC} ;

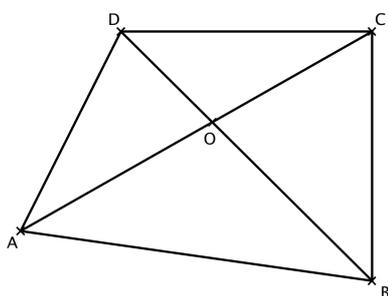
\widehat{BAC} et \widehat{AHC} .

Définitions

Angles adjacents et angles opposés par le sommet

(1) Deux angles **adjacents** ont un sommet commun, un côté commun et sont situés de part et d'autre de ce côté.

(2) Deux angles **opposés par le sommet** ont : le même sommet et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre.



Exemples :

Angles opposés par le sommet : \widehat{AOB} et \widehat{DOC} ; \widehat{AOD} et \widehat{COB} .

Angles adjacents : \widehat{AOB} et \widehat{BOC} ; \widehat{BOC} et \widehat{COD} ;

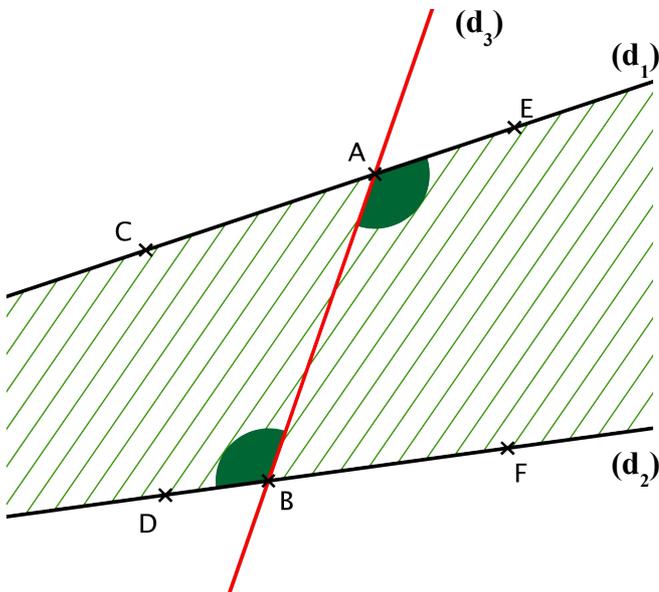
\widehat{COD} et \widehat{DOA} ; \widehat{DOA} et \widehat{DOC} ; ...

Définitions

Angles alternes-internes

La droite (d_3) coupe les droites (d_1) et (d_2) en A et en B.

Deux angles *alternes-internes* ont pour sommets A et B, sont situés de part et d'autre de (d_3) et sont dans la zone intérieure (zone hachurée en vert)



Exemple :

Les angles \widehat{EAB} et \widehat{DBA} sont de chaque côté de la sécante (d_3) et dans la zone hachurée délimitée par les deux droites (d_1) et (d_2) , ils sont donc alternes-internes.

Remarque :

Deux droites coupées par une sécante forment avec cette droite **2 paires d'angles alternes-internes**

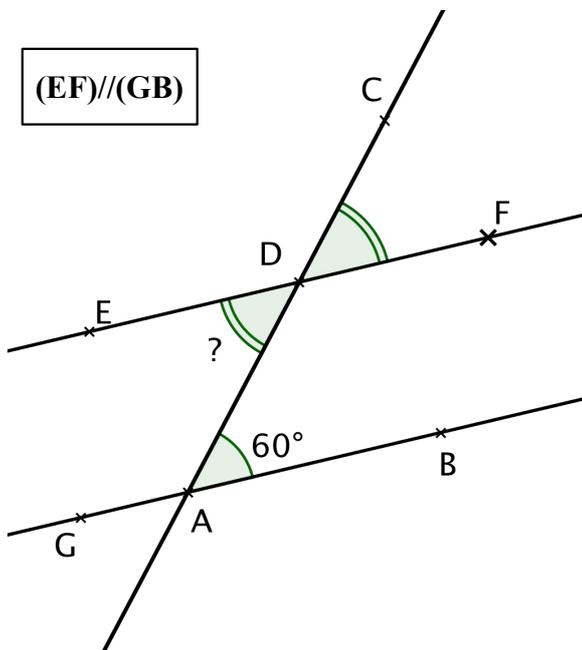
II] Angles de même mesure

Propriétés

(1) Si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils ont la même mesure.

(2) Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes qu'elles forment ont la même mesure.

Exemples :



(1) Calcul de \widehat{EDA}

Les angles \widehat{DAB} et \widehat{DAB} déterminés par les droites parallèles (EF) et (GB) , et par la sécante (AC) forment deux angles alternes-internes.

De plus, $\widehat{DAB} = 60^\circ$.

Or, si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes qu'elles forment ont la même mesure.

Donc, $\widehat{EDA} = 60^\circ$.

(2) Calcul de \widehat{CDF}

Les angles \widehat{CDF} et \widehat{EDA} sont opposés par le sommet.
De plus, $\widehat{EDA} = 60^\circ$.

Or, si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils ont la même mesure.

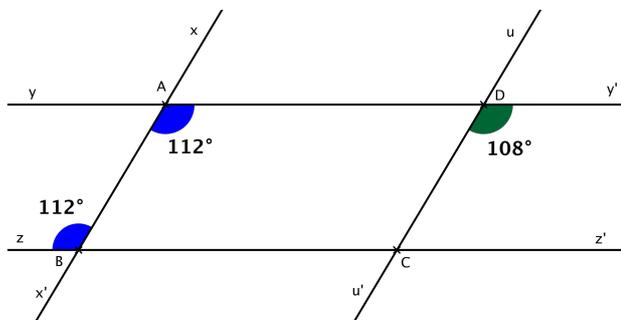
Donc, $\widehat{CDF} = 60^\circ$.

III] Droites parallèles

Propriété

Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure, alors elles sont parallèles.

Exemple :



Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{x'Bz}$ déterminés par les droites (yy') , (zz') et la sécante (xx') sont alternes-internes.

De plus, les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{x'Bz}$ ont la même mesure.

Or, si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure, alors elles sont parallèles.

Donc, les droites (yy') et (zz') sont parallèles.