Chapitre 07 : Calcul Littéral (1ère partie)

I] Expression littérale

Définition

Une *expression littérale* est une expression contenant une ou plusieurs lettres.

Exemple 1 :

Le périmètre P d'un rectangle de longueur L et de largeur l est donné par la formule :

$$P = 2 \times (L + l)$$

Exemple 2 :

Dans un cinéma, la place coûte 7,50 €. Il est possible de prendre une carte d'abonnement à l'année de 30 € pour ne payer sa place que 5€.
Quel est le prix à payer sur l'année si on assiste à n séances de cinéma après avoir pris la carte d'abonnement ?

$$\textit{Prix} = 30 + 5 \times n$$

Si je vais à 10 séances, dans l'année j'aurais payé en tout : $30 + 5 \times 10 = 30 + 50 = 80$ €
La place m'aura coûté en moyenne : 8 € (ce qui sera moins avantageux que de payer sa place plein tarif)

II] Simplifier et réduire une expression littérale

Convention : On peut supprimer le symbole « × » lorsqu'il est **suivi** d'une lettre ou d'une parenthèse.

Exemples :

$5 \times a = 5a$ $\quad$ $x \times 7 = 7x$ (et pas x7 → ***les nombres sont toujours placés devant les lettres***)

$1 \times a = a$ (et pas 1a) $\quad$ $0 \times a = 0$ $\quad$ $2 \times b \times 5 = 2 \times 5 \times b = 10b$ $\quad$ $3 \times (2 \times y + 1) = 3(2y + 1)$

Notations : $a \times a = a^2$ (se lit « **a** au carré ») $\quad$ $a \times a \times a = a^3$ (se lit « **a** au cube »)

Exemples :

$5^2 = 5 \times 5 = 25$ $\quad$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $\quad$ $3 \times b \times b = 3b^2$

$3y \times 7y = 3 \times y \times 7 \times y = 3 \times 7 \times y \times y = 21y^2$

$a \times b = ab$ $\quad$ $2a \times 8b \times 4c = 2 \times 8 \times 4 \times a \times b \times c = 64abc$

Définitions

(1) Simplifier une expression littérale, c'est enlever les symboles « × » inutiles en appliquant les conventions d'écriture.

(2) Réduire une expression littérale, c'est trouver une expression égale mais avec moins de termes.

Exemples : Réduire les expressions suivantes :

$A = 2\boldsymbol{a} + 7\boldsymbol{a}$ $A = 9\boldsymbol{a}$	$B = 5\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{a} + 12\boldsymbol{a} + 11\boldsymbol{a}$ $B = 31\boldsymbol{a}$	$C = 5\boldsymbol{x} - 6 + 12\boldsymbol{x}$ $C = 17\boldsymbol{x} - 6$	$D = 4 - 2\boldsymbol{x} + 12 + 6\boldsymbol{x}$ $D = 4\boldsymbol{x} + 16$

III] Evaluer une expression

Méthode (évaluer une expression)

1) On fait apparaître les multiplications cachées
2) On remplace les lettres par leurs valeurs
3) On respecte les règles de priorité

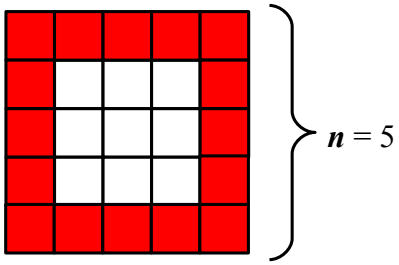
Exemple :

Calculer la valeur de A = 3x + 5 pour x = 2 :
$A = 3 \times x + 5 = \underline{3 \times 2} + 5 = 6 + 5 = 11$.

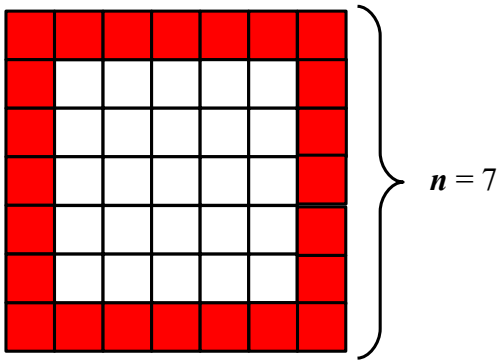
Problème du carré bordé

On veut carreler le sol d'une pièce carrée.
On dispose de carreaux carrés de deux couleurs : rouge pour le pourtour et blanc pour la partie centrale.
On appelle ***n*** le nombre de carreaux sur un côté du carré et ***N*** le nombre total de carreaux rouges.

Exemple 1 : ***n*** = 5 et ***N*** = 16



Exemple 2 : ***n*** = 7 et ***N*** = 24



Quelle sera la valeur de ***N*** pour ***n*** = 10, 15, 30, 110, …. ?

La méthode avec schéma fonctionne pour les cas simples, mais elle est longue à mettre à l'oeuvre pour de grandes valeurs de ***n***.
Pour pouvoir répondre à la question en connaissant la valeur de ***n***, il faut en fait trouver une formule donnant la valeur de ***N*** en fonction de la valeur de ***n***. Il faut trouver un lien logique (une méthode) qui permet de trouver ***N*** en partant de ***n***.