

Chapitre 11 : Proportionnalité (1^{ère} partie)

I] Compléter un tableau de proportionnalité

Définition

Deux grandeurs sont en situation de proportionnalité lorsque l'on peut passer des valeurs de l'une aux valeurs de l'autre en multipliant (ou divisant) par un même nombre, appelé *coefficient de proportionnalité*.

Exemples de grandeurs **proportionnelles** :

- le prix et la masse de miel acheté
- le nombre de bouteilles achetées et leur prix
- le périmètre d'un carré et la longueur de son côté

Exemples de grandeurs **non-proportionnelles** :

- la taille et l'âge
- le poids et l'âge
- l'aire d'un carré et la longueur de son côté

Remarque : pour vérifier qu'un tableau est un tableau de proportionnalité, pour chaque colonne on calcule le quotient du nombre de la seconde ligne par celui de la première.

- Si tous les quotients sont égaux, alors le tableau est de proportionnalité.
- Si l'un des quotients est différent, alors le tableau n'est pas de proportionnalité.

Compléter un tableau de proportionnalité

Le nombre de stylos achetés et le prix payé sont proportionnels.

× 2,5	Nombre de stylos	3	5	8	19	24	30	1	× 0,4
	Prix payé (en €)	1,2	2	3,2	7,6	9,6	12	0,4	

♦ **Méthode 1** : Retour à l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité

On rajoute la colonne correspondant à 1.

Calcul du prix d'un stylo :

On sait que 3 de ces stylos coûtent 1,20€.

Or, $1,20\text{€} \div 3 = 0,40\text{€}$. Donc, 1 de ces stylos coûte 0,40€.

← Il s'agit aussi du coefficient de proportionnalité qui permet de passer du nombre de stylos au prix payé.

Calcul du prix de 24 stylos :

Comme 1 stylo coûte 0,40€ alors 24 de ces stylos coûtent 24 fois plus cher.

Or, $24 \times 0,40\text{€} = 9,60\text{€}$. Donc, 24 de ces stylos coûtent 9,60€.

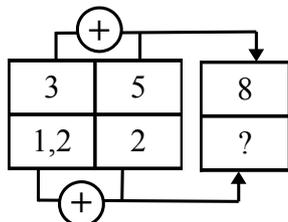
Remarque : $5 \div 2 = 2,5 \rightarrow$ c'est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer du prix payé au nombre de stylos.

♦ Méthode 2 : La linéarité

Rappels

- (1) On peut obtenir une colonne du tableau *en multipliant une colonne par un nombre.*
 (2) On peut obtenir une colonne du tableau *en faisant la somme (ou la différence) d'une ou plusieurs colonnes.*

♦ Calcul du prix de 8 stylos :

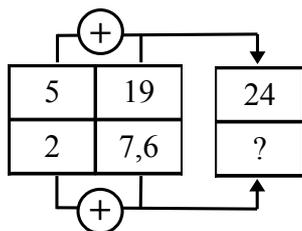


3 stylos coûtent 1,20€ et 5 stylos coûtent 2€.
 Or, 8 stylos = 3 stylos + 5 stylos et $1,20€ + 2€ = 3,20€$.
 Donc, 8 de ces stylos coûtent 3,20€.

♦ Calcul du prix de 19 stylos :

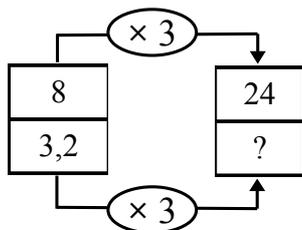
Comme 1 stylo coûte 0,40€, alors 19 stylos coûtent 19 fois plus.
 Or, $19 \times 0,40€ = 7,60€$. Donc, 19 de ces stylos coûtent 7,60€.

♦ Calcul du prix de 24 stylos :



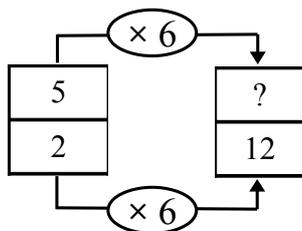
5 stylos coûtent 2€ et 19 stylos coûtent 7,60€.
 Or, 24 stylos = 5 stylos + 19 stylos et $2€ + 7,60€ = 9,60€$.
 Donc, 24 de ces stylos coûtent 9,60€.

OU



8 stylos coûtent 3,20€.
 Or, 24 stylos = 8 stylos $\times 3$ et $3,20€ \times 3 = 9,60€$.
 Donc, 24 de ces stylos coûtent 9,60€.

Combien de stylos peut-on acheter avec 12€ ?



Pour 2€, on peut acheter 5 de ces stylos.
 Or, $12€ = 2€ \times 6$ et 5 stylos $\times 6 = 30$ stylos.
 Donc, avec 12€ on peut acheter 30 de ces stylos.

III] Produits en croix et quatrième proportionnelle

On considère le tableau de proportionnalité suivant :

Nombre de livres	3	4	10
Prix payé (en €)	24	32	80

On calcule les produits en croix :

3	4
24	32

4	10
32	80

3	10
24	80

$$3 \times 32 = 96$$

$$4 \times 80 = 320$$

$$3 \times 80 = 240$$

$$4 \times 24 = 96$$

$$32 \times 10 = 320$$

$$24 \times 10 = 240$$

Propriété

Dans un tableau de proportionnalité, les produits en croix des termes de deux colonnes sont égaux.

Si

a	c
b	d

 est un tableau de proportionnalité, alors $a \times d = b \times c$

Application : Quatrième proportionnelle (calculer une valeur manquante dans un tableau de proportionnalité)

Trouver la valeur de x telle que le tableau :

5	9
12	x

 soit un tableau de proportionnalité.

L'égalité des produits en croix donne : $5 \times x = 12 \times 9$. Soit, $x = \frac{12 \times 9}{5}$

Exemple :

Une laiterie fabrique du fromage frais. Pour assaisonner 480 L de lait entier, on ajoute 2,56 kg de gros sel. Le volume de lait et la masse de sel sont proportionnels.

- (1) Quelle masse de sel ajoute-t-on à 186 L de lait ?
- (2) Quel volume de lait peut-on assaisonner avec 2 kg de sel ?

(1)

Volume de lait (en L)	480	186
Masse de sel (en kg)	2,56	x = ?

L'égalité des produits en croix donne :

$$x \times 480 = 2,56 \times 186$$

$$\text{Donc, } x = \frac{2,56 \times 186}{480} = 0,992 \text{ kg} = \mathbf{992 \text{ g}}$$

Donc, il faut ajouter 992 g de sel à 186 L de lait.

(2)

Volume de lait (en L)	480	y = ?
Masse de sel (en kg)	2,56	2

L'égalité des produits en croix donne :

$$y \times 2,56 = 480 \times 2$$

$$\text{Donc, } y = \frac{480 \times 2}{2,56} = \mathbf{375 \text{ L}}$$

Donc, il faut 375 L de lait pour assaisonner 2 kg de sel.