Chapitre 15 : Proportionnalité (2ème partie)

I] Pourcentages

1) Appliquer un pourcentage

Propriété

Pour appliquer un pourcentage de a% à une quantité, on la multiplie par la fraction $\frac{a}{100}$.

Exemple :

Dans un collège de 680 élèves, il y a 65% de demi-pensionnaires.
Combien de repas doivent être préparés pour les élèves ?

$680\times\frac{65}{100}=680\times 0{,}65=442$ *Il faudra donc que le cuisinier prépare 442 repas pour les élèves.*

En calcul mental :

- Appliquer 10% revient à diviser par 10 $\left(\frac{10}{100}=\frac{1}{10}\right)$
- Appliquer 50% revient à diviser par 2 $\left(\frac{50}{100}=\frac{1}{2}\right)$
- Appliquer 25% revient à diviser par 4 $\left(\frac{25}{100}=\frac{1}{4}\right)$

2) Calculer un pourcentage

➢ **A l'aide d'une fraction**

Propriété

Calculer un pourcentage revient à écrire une proportion (ou une fraction) de dénominateur 100.

Exemple : Dans une classe de 25 élèves, 19 élèves ont un téléphone portable.

$\frac{19}{25}=\frac{19\times 4}{25\times 4}=\frac{76}{100}=76\,\%$ ou $\frac{19}{25}=0{,}76=\frac{76}{100}=76\,\%$

Donc, ces 19 élèves représentent 76% de la classe.

➢ **A l'aide d'un tableau de proportionnalité**

Dans un collège, parmi les 160 élèves de 5ème, 104 sont externes.
Quel pourcentage de ces élèves sont externes ?

Pourcentage de quoi ? *d'élèves externes* (104 élèves)

Pourcentage par rapport à quoi ? *par rapport aux **élèves de 5ème**.* (160 élèves)

Nombre d'élèves externes	104	x = ?
Nombre d'élèves de 5ème	160	**100**

Pour calculer un pourcentage, il faut comparer avec 100. On ajoute la valeur 100 à la ligne qui correspond au « par rapport à quoi ».

L'égalité des produits en croix donne : 160 × x = 104 × 100. Soit, $x=\frac{104\times 100}{160}=65\,\%$.

Donc, 65% des élèves de 5ème de ce collège sont externes.

Remarque : 35% des élèves sont donc internes (100% – 65% = 35%).

II] Echelles

Définition

L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles, exprimées avec la même unité : $\dfrac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$

Remarque :
Une échelle est souvent représentée par une fraction dont le numérateur ou le dénominateur est égal à 1.

Exemples :

▪ **Utiliser une échelle**

(1) Une échelle de $\dfrac{1}{10\,000}$ signifie que 1 cm sur le dessin représente 10 000 cm (soit 10 m) dans la réalité.

Cette échelle se représente par le schéma suivant :

0 100 m

(2) Une échelle de $\dfrac{2}{1}$ signifie que 1 cm sur le dessin représente 2 cm dans la réalité.

(3) Sur une carte à l'échelle $\dfrac{1}{250\,000}$, la distance entre deux villes est de 86 cm.
Quelle distance sépare ces deux villes en réalité ?

L'échelle $\dfrac{1}{250\,000}$ signifie que 1 cm sur le plan représente 250 000 cm en réalité, soit 2,5 km.

$1 \times 86 = 86$

Distance sur le plan (en cm)	1	86
Distance en réalité (en km)	2,5	$x = ?$

Donc, $x = 2{,}5\,\text{km} \times 86 = 215\,\text{km}$.

Donc, ces deux villes sont séparées en réalité de 215 km.

▪ **Calculer une échelle**

(4) La tour Eiffel mesure 324 m de haut. Un modèle réduit mesure 18 cm.
Quelle est l'échelle de ce modèle réduit ?

Méthode 1

On convertit les longueurs dans la même unité :

$324\,\text{m} = 324 \times 100\,\text{cm} = 32\,400\,\text{cm}$.

$$\frac{18}{32\,400} = \frac{\mathbf{2} \times 9}{\mathbf{2} \times 16\,200} = \frac{9}{16\,200} = \frac{\mathbf{9} \times 1}{\mathbf{9} \times 1\,800} = \frac{1}{1\,800}$$

Ce modèle réduit est à l'échelle $\dfrac{1}{1\,800}$.

Méthode 2

18 cm représentent 324 m en réalité.
1 cm représente $324 \div 18 = 18\,\text{m} = 1\,800\,\text{cm}$ en réalité.

Donc ce modèle réduit est à l'échelle $\dfrac{1}{1\,800}$

Remarques :

– Si l'échelle est un nombre inférieur à 1, le dessin est une **réduction**.
– Si l'échelle est un nombre supérieur à 1, le dessin est un **agrandissement**.